

# ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В МЕДИЦИНСКОМ ВУЗЕ КАК НЕИЗБЕЖНОСТЬ

О.Ю. Немченко<sup>1</sup>, А.Б.Сыздыкова<sup>1</sup>

## Аннотация

Математика в программе высшего образования играет базовую роль, выявляя принцип всеобщности подходов к формированию специалиста, в том числе практикующего врача. В нынешнем веке объемы медико-биологической информации, обрабатываемых диагностических данных, мониторинга жизненного состояния уже огромны и будут продолжать увеличиваться. Математическими подходами определяются соотношение черт общности и специфики случаев в профессиональной деятельности, доказательности, которая регулируется правилами математической статистики, базовые принципы при регистрации биомедицинских сигналов и их анализе. Определение уровня компетентности будущего специалиста, понимания используемых математических методов ложится на составителей учебных программ математических дисциплин для немедицинских специальностей.

## Ключевые слова

математика, обучение нематематиков, медицинские специальности, технологии обучения, методы регистрации, математические методы, математическая статистика, выбор метода.

<sup>1</sup> Федеральное государственное автономное учреждение высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский университет имени Н.И. Пирогова» Министерства здравоохранения Российской Федерации, Москва

Для корреспонденции: Ольга Юрьевна Немченко [olga.nemch@mail.ru](mailto:olga.nemch@mail.ru)

## Введение

Математика преподавалась будущим врачам со времен Российской империи и во все последующие исторические периоды нашего государства. Преподавались различные области и разделы математики, но неизменным, наверное, со времен Н.И.Пирогова было отношение к математике как к базовому предмету [1].

В морфологии человека, развивавшейся долгое время как описательная наука, признается, что наилучшим способом построения морфологических стереотипов и детального описания структурных изменений является количественный подход [2]. Если ввести численные значения, меры, то появляется возможность применить математический аппарат к выражению численного изменения любого морфологического признака. Это позволяет моделировать процесс, приводить описание формирования признака, его изменения в свете многозначных влияний со стороны других признаков, позволяет обосновать скорость и степень развития, а также ввести меру, определяющую предел, за которым следует изменение качества явления или предмета.

Проблематика преподавания математики регулярно рассматривалась разными авторами, обсуждению подлежали разные вопросы. Некоторые аспекты преподавания математики освещались, например в [3], где авторы среди прочего подчеркивают, что обучение использованию студентами-нематематиками программных пакетов при проведении расчетов позволяет обновить подход в математической подготовке специалиста.

## Немного о роли математических методов в передовых технологиях в медицине и биологии

Медицинская визуализация и радиология ведет историю с конца 19-го века, от открытия рентгеновских лучей, положившего начало эре медицинской визуализации без хирургического вмешательства. На следующем этапе в первой половине 20 века развивается флюороскопия, позволившая врачам наблюдать движущиеся изображения внутренних структур тела. Также появляется и вводится в практику ангиография, метод визуализации кровеносных сосудов путем введения контрастного вещества.

Развитие метода компьютерной томографии (КТ) и метода ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в 70-е годы, привело к созданию методов КТ и магнитно-резонансной томографии (МРТ), основанных на сложных математических алгоритмах

обработки данных физической регистрации в ходе исследования. КТ позволила получать поперечные изображения тела с высоким разрешением, за счет алгоритмов обратной проекции. А МРТ позволило создавать изображения внутренних структур тела, особенно мягких тканей, с ещё более высоким разрешением и контрастностью с использованием математической обработки, называемой Фурье-преобразованием.

В 21-м веке развитие цифровой обработки изображений и применения математических методов обработки физических данных функциональной МРТ (фМРТ), позитронно-эмиссионной томографии (ПЭТ) и других технологий позволило существенно улучшить качество изображений и расширить возможности диагностики. Алгоритмы обработки изображений, включая сегментацию, классификацию и распознавание образов играют ключевую роль в радиологии.

Если говорить о вкладе математики в медицину, то в качестве известного примера можно взять математическую статистику. Математическая статистика – раздел математики, разрабатывающий методы регистрации, описания и анализа данных наблюдений и экспериментов с целью построения вероятностных моделей массовых случайных явлений [4]. Математическая статистика играет ключевую роль в развитии доказательной медицины, оказывая множественное и глубокое влияние на неё. Доказательная медицина (Evidence-Based Medicine, EBM) – это подход к медицинской практике, при котором принятие клинических решений основывается на самых надёжных и актуальных научных данных. И студент медицинского вуза – будущий врач, обязан это понимать и принимать во внимание.

Вот несколько аспектов, в которых математическая статистика оказывает влияние на доказательную медицину.

*Оценка эффективности лечения.* Статистические методы используются для анализа результатов клинических испытаний, что позволяет оценить эффективность и безопасность новых медицинских препаратов и методов лечения. Сравнение групп пациентов, получающих новое лечение, с контрольными группами (которые могут получать стандартное лечение или плацебо) помогает определить, действительно ли новое лечение превосходит существующие методы.

*Мета-анализ.* Математическая статистика позволяет объединять данные из множества

исследований для проведения мета-анализов. Это помогает увеличить статистическую мощь и делать более надёжные выводы об эффективности лечения, особенно, когда отдельные исследования могут быть слишком малы, чтобы обнаружить значимые различия.

*Оценка рисков и преимуществ.* Статистика необходима для оценки вероятности возникновения побочных эффектов и определения баланса между пользой и рисками лечения. Это включает расчет относительного риска, абсолютной разницы рисков и числа, необходимого для лечения (NNT – Number Needed to Treat).

*Разработка клинических рекомендаций.* На основе статистического анализа данных из множества исследований разрабатываются клинические рекомендации. Эти рекомендации предоставляют врачам основанные на доказательствах указания о том, какие методы лечения наиболее эффективны для конкретных условий или заболеваний.

*Прогностические модели.* Статистические методы используются для создания моделей, которые могут предсказывать исходы заболеваний на основе клинических и демографических данных пациентов. Эти модели помогают врачам принимать обоснованные решения, касающиеся профилактики, диагностики и лечения.

*Индивидуализированная медицина.* Математическая статистика также играет роль в развитии индивидуализированной медицины, позволяя анализировать большие объёмы данных (например, генетические данные) для определения, какие лечебные подходы будут наиболее эффективны для отдельных пациентов на основе их уникальных характеристик.

В целом, математическая статистика является неотъемлемым инструментом в доказательной медицине, позволяя медицинским работникам опираться на объективные и количественно измеримые данные при принятии клинических решений.

Секвенирование генома и анализ данных: математические и статистические методы используются для анализа данных секвенирования, что позволяет идентифицировать генетические вариации, связанные с заболеваниями. Алгоритмы, такие как выравнивание последовательностей и филогенетический анализ, необходимы для интерпретации данных секвенирования и понимания эволюционных отношений между организмами. Это способствует разработке персонализированной медицины и целевых терапий.

Прогнозирование структуры белков: математическое моделирование используется для предсказания трехмерной структуры белков на основе их аминокислотных последовательностей, что имеет решающее значение для понимания биологических функций и разработки новых лекарств. Методы, такие как молекулярное моделирование и молекулярная динамика, позволяют ученым визуализировать взаимодействия между белками и потенциальными лекарственными молекулами.

Каждый математический инструмент, упоминаемый в данном разделе, имеет не только теоретическое обоснование, но и, что важно, вследствие сложности внутренних математических построений привлекает цифровые технологии, а значит разработан программно.

### **Краткие обзорные заметки о состоянии преподавания математики в медицинском вузе в последние годы**

Меру ознакомления студентов медицинских специальностей с математическими принципами определяет в каждом случае рабочая программа образовательной дисциплины в части объема учебных часов и отбора разделов для изучения.

В последние годы в медицинском образовании претерпевали кардинальные изменения общие образовательные программы. Эти преобразования имели как положительные, так и отрицательные для базовых дисциплин стороны, такие, например, как сокращение отведенных на них часов. Однако, следует отметить, что в рамках медицинского образования проводится обучение специалистов и по исследовательским специальностям. Это и, уже ставшая традиционной, подготовка специалистов, чьи профессиональные интересы будут лежать на стыке нескольких направлений деятельности: выпускники специальностей медицинская биофизика и медицинская биохимия, биоинженерия и медицинская биотехнология и врачи-исследователи. В последние годы все более востребованы специалисты по интеллектуальным системам в сфере здравоохранения, ИТ-медикам и схожим специальностям. Для подготовки таких специалистов необходимо полноценное математическое погружение. Обычно это 300-440 академических часов против небольшого объема часов для математики в рамках программ медицинских специальностей (менее 30 – 60 учебных часов), чаще всего в структуре более общей дисциплины «Физика, математика».

Специфика применения математического знания для выпускников исследовательских

медицинских специальностей отражена в схеме 1а на рисунке 1. Для врачей скорее применим случай 1б.

В профессиональной практике только от специалистов, освоивших полностью математические подходы, можно ожидать аргументированного, корректного использования математического аппарата. В связи с этим блок математики для медицинских специалистов имеет все основания для обновления и не только обязателен, но требует расширения.

При определении компетенций, формируемых математикой для врачебных специальностей, выделим некоторые необходимые умения. Обучение математике при подготовке врачей необходимо для формирования таких умений, как:

- умение в процессах, связанных с профессиональной деятельностью, найти логику, формализовать, формализовать подход;
- умение решить задачу естественно-научного содержания, подтвердить закономерности, описываемые в физике, биологии, химии;
- умение собирать однородные данные, осознавать наличие статистических закономерностей или их отсутствие;
- корректное вычисление значений величин, умение проверить полученный результат на известных примерах, умение сравнить результат вычисления с общеизвестными значениями.

Развитие математических компетенций может ориентироваться на богатый опыт советского образования, признанного лучшим в мире, в том числе, на примере того, что огромное количество выпускников советских вузов востребованы в различных частях мира. Также правительством и президентом РФ уже определен порядок обновления высшего образования, уже дан старт пилотным проектам вузовской реформы к 2026 году. Это, предположительно, наложит отпечаток и на медицинское образование, хоть сами эти реформы более относятся к требованиям развития технического и ИТ-образования.

Современная практика подготовки медицинских специалистов по базовым дисциплинам предполагает широкий круг видов и форм обучения. Перечислим некоторые виды методик, адекватные для формирования математических компетенций.

Первый вид методик лежит в рамках традиционного подхода – это лекция, включающая определения и примеры. Так освещаются разделы математического анализа для выполнения простейших действий, например, по поиску скорости процессов в биологии, химии, физике, нахождению решений с подобранными параметрами процессов в несложных математических моделях для дальнейшего подтверждения временного хода процесса.

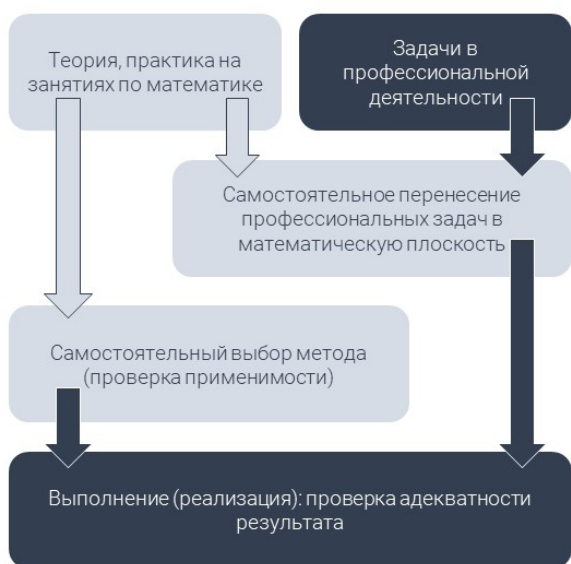


рис.1а

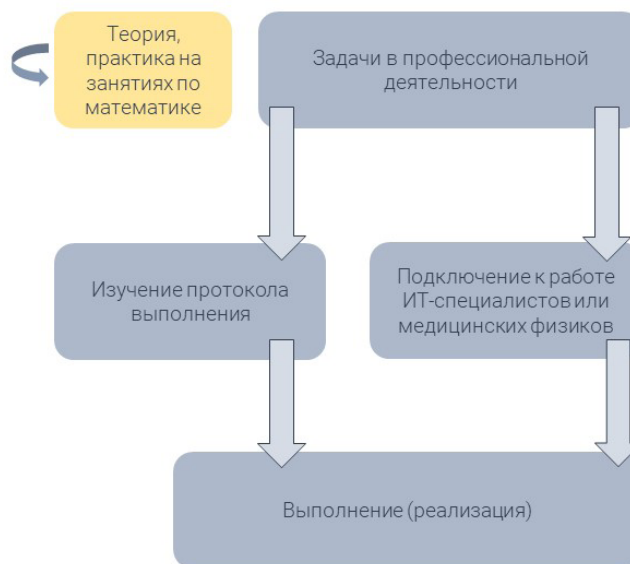


рис. 1б

**Рис. 1.** 1а – применимость знаний после углубленного изучения математики; 1б – возможные подходы реализации задач нематематиками (в том числе врачами), связанных с математическими решениями.

В обучении математике на первом курсе рекомендуется рассматривать примеры, интегрированные в реальность будущей профессиональной деятельности, что побуждает слушателей применять только что разобранный теоретически несложный математический аппарат. Так, в практике преподавания математики для разных специальностей на кафедре физики и математики в РНИМУ им. Н.И.Пирогова рассматривались следующие примеры:

а) процессы радиоактивного распада в природных явлениях описываются обыкновенным дифференциальным уравнением с коэффициентом пропорциональности (постоянной распада). На занятиях вводится понятие дифференциального уравнения, представляется результат решения уравнения, проводится несколько примерных расчетов остаточной радиоактивной массы через минуту, час, несколько суток с построением графика изменения массы и графика скорости распада (активность распада). Например, постоянные распада для различных изотопов, применяемых в медицине: технеций  $^{99m}\text{Tc}$ , период полураспада – 6 часов, имеет идеальный для сцинтиграфии моноэнергетический спектр гамма-излучения, относится к быстро распадающимся, готовится с помощью генераторов в клиническом учреждении; или, например, имеющие большой период полураспада: селен  $^{75}\text{Se}$  – 121 день, молибден  $^{99}\text{Mo}$  ~ 7 суток, можно хранить в особых условиях;

б) химические превращения первого порядка описывает простое дифференциальное уравнение для скорости убывания концентрации вступившего в реакцию вещества; на занятиях следует провести не менее двух реальных расчетов, но с простыми условиями (в гомогенной среде), демонстрирующих или различие получаемого количества вещества за единицу времени или времени условно полного химического превращения. Так как параметры кинетических уравнений – константы скоростей находят экспериментально, то возможно провести построение кинетической кривой для однонаправленной реакции первого порядка – экспоненты, и уже с помощью нахождения тангенса угла наклона к экспоненте отыскать константу реакции;

в) выведение вещества (лекарственного средства) из организма как функция времени при однократном (инъекция) или непрерывном (инфузия) введении в практике изложения описывается дифференциальным уравнением первого порядка, но решение которого требует знания интегрирования сложной функции с заменой переменной. На

занятии после изложения условий моделирования, введения дифференциального уравнения, его аналитического решения, можно провести вычисления по такой модели в компьютерной программе, позволяющей строить графики численных данных, рассчитанных с определенным шагом по формулам (например, в Excel). Это позволит разыграть различные варианты расчетов, варьируя параметры модели с построением графика и его анализом, что наглядно продемонстрирует именно математическую сторону такого вполне реального процесса, как оптимальный режим введения лекарственного средства. Кроме того, как показывает опыт, использование компьютерного построения хорошо воспринимается слушателями.

Приведенные выше примеры – это примеры процессов, которые развиваются без резких скачкообразных изменений, в силу этого, описание с помощью обыкновенного дифференциального уравнения допустимо, дифференцируемость введенной функции очевидна. А вот движения, изучаемые, например, в теории гидродара (к ним относят травматический разрыв аорты при падениях с высоты и автокатастрофах) или гидродинамические течения с ударными волнами, не обладают свойством дифференцируемости. Обыкновенные дифференциальные уравнения не подходят под их описание. В этом случае используются уравнения в частных производных.

Теория теплопроводности, теория упругости и пластичности материалов, оптика, акустика и теория удара также требуют других математических подходов. Для каждого из указанных процессов важно определять границы применимости модели. Заметим, что в приложении к врачебной практике с помощью теории упругости и пластичности проводят описание соединений и совместного движения всего опорно-двигательного аппарата (костей, сухожилий, хрящей, а также мышц), которые неоднородны по структуре и имеют различные параметры плотности, гибкости, сжимаемости и т.д. Описание механизмов выполнения дыхательных действий, основанные на движении диафрагмы, ребер, межреберных мышц, полых структур человеческого легкого с упругими стенками и т.д. – также, несомненно, требует привлечения теории упругости, которая задействует теорию тензорного исчисления. В связи с этим, в будущем врачу будет необходимо базовое знание основ описания упругого и пластичного физических тел с применением законов математики, например,

при работе с пациентом, которому уже внедрены импланты разных тканей.

Проработка математического материала в формате кейсов (второй вид методик) также является вполне адаптивной технологией для медицинских специальностей. Кейс предполагает вовлечение и мотивацию студента на самостоятельный поиск решения проблемы с опорой на известный и неизвестный математический аппарат. В методику кейса входит разбор проблем, встречаемых в профессиональной практике. Кейс на занятиях по математике включает: 1) формулирование задачи как математической, 2) подготовку теоретического материала, 3) определение последовательности решения, 4) эвристическое выполнение, 5) и (вследствие этих действий) приобретение навыков.

Следующий вид технологий обучения назовем «*вычислительный лабораторный эксперимент*». В условиях дефицита учебного времени для полного освящения математического метода, вполне реализуемой и продуктивной, на наш взгляд, может быть лабораторная работа по вычислению на основе нескольких примеров, имеющих практическое значение. Вначале занятия стоит посвятить время принципам отбора методов для каждой практической проблемы, затем провести анализ ограниченный выбранного метода, а затем перейти к практике поиска в используемом программном обеспечении соответствующих решений. В конце занятия отводится время обсуждению результатов. Заметим, что навигация в любом современном программном обеспечении уже не требует от слушателя специальной подготовки.

На занятии, например, можно выполнить задания по вычислению площадей неплоских поверхностей по заранее полученным обмерам неких анатомических материалов. Для этого, разбивая процесс вычисления на подзадачи, разделив всю поверхность на части, определить примерно форму поверхности каждой части и параметры поверхности (для сферической это радиус, для цилиндрической это радиус основания и высота боковой стороны и т.д.). Затем провести расчет по известным геометрическим формулам в определенных пределах, используя соответствующие функции, например, в MATLAB.

Второй задачей *вычислительного лабораторного эксперимента* может стать проверка различного рода вычислительных программ, или расчеты онлайн на свободно доступных сервисах. При наличии выбора программного обеспечения (ПО) необходимо

осуществить сравнительную проверку верности результатов расчета в различных ПО. Представляется важным обучить студента проверке правильности расчетов на раннем этапе пользования, сравнивая результаты расчетов в нескольких программах или проведя приближенные расчеты в проверенных программах. Эту работу с математическими формулами можно провести в таких программах как, например, Excel и MATLAB, в свободно распространяемой RStudio или в другой среде. Не нужно также отказываться от возможности проверить выдаваемый сервисом результат и «школьным способом», т.е. просто рассчитав функцию на бумаге.

Включить такую работу можно в основные часы обучения математическим дисциплинам или в часы самостоятельной работы.

Реализация данных методов подразумевает математическое описание явления. Будущий врач, таким образом, учится осуществлять свою деятельность, опираясь на принципы математического описания. Поэтому для понимания функционирования диагностических процедур, методов и технологий для врача важны математические компетенции.

Обучение методам математической статистики может основываться как на классическом подходе (от теории к задачам, частным случаям, контроль знаний), так и на *технологии проектов*. Технология проектов отличается от кейсов именно тем, что проект – это «эскиз», набросок, попытка достичь поставленную цель. Итак, на занятиях по математической статистике предлагается уникальная возможность пройти «путь исследователя». В этом случае получив задание, изучая математический статистический метод самостоятельно, студент на очных занятиях получает консультацию преподавателя, где проясняются важные моменты использования конкретного метода. При этом в финале разработки проекта, на стадии оформления результатов роль преподавателя вырастает кратно. На этом этапе (этапе рефлексии) очень важно оценить результаты деятельности участников проектов максимально объективно и критически с позиции пригодности, социальной или профессиональной значимости выполненной работы. Кроме опыта применения математического метода (а применение может оказаться и неуспешным) участник осознает подходы к работе. Учитывая, насколько данный метод был затратным по времени, следует сравнить с другими (вычисления иногда идут часами, что связано с объемом данных). Можно провести обсуждение, какой подготовки, какого оснащения

потребовал данный метод, как можно улучшить уже полученный результат и, собственно, что именно должно было быть результатом процедуры.

Основываясь на вышеизложенном, подчеркнем, что математика — это опора для развития медицины, ни одна сложная медицинская задача не была бы решена без математических инструментов, без методов математического анализа, математического моделирования.

С тех пор как в 50-е годы XX столетия впервые регистрируются биологические сигналы, возникает необходимость анализа накапливаемых данных. Развивается кибернетика, основанная на частотном анализе, корреляционном анализе, статистическом

анализе, на основе чего возникает практика подготовки рекомендаций, в том числе для принятия решений в медицине и в здравоохранении. Понимание анализируемых данных возникает не иначе как на основе базового и детального понимания математических анализируемых величин. Был ли альтернативный путь развития? Возможно, в качестве шутки ответить, что альтернативный путь стоило бы промоделировать, но другой путь развития не реализован. В дальнейшем роль математики будет только повышаться во всех сферах здравоохранения, а значит, будут возрастать и требования к математической подготовке специалистов.

## Список литературы

1. Пирогов, Н.И. Избранные педагогические сочинения / Н.И. Пирогов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 387 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-09677-4.
2. Автандилов, Г.В. Медицинская морфометрия / Г.В. Автандилов. — М.: Медицина, 1990. — 384 с.
3. Гельман, В.Я. Преподавание математических дисциплин в медицинском вузе / В. Я. Гельман, Л.А. Ушверидзе, Ю. П. Сердюков // Образование и наука. — 2018. — Т. 20, № 2. — С. 88-107. — DOI 10.17853/1994-5639-2018-2-88-107.
4. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. — М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. — 914 с.

## References

1. Pirogov, N.I. Izbrannyye pedagogicheskiye sochineniya / N. I. Pirogov. — Moskva : Izdatel'stvo Yurayt, 2024. — 387 s. — (Antologiya mysli). — ISBN 978-5-534-09677-4.
2. Avtandilov, G.V. Meditsinskaya morfometriya / G.V Avtandilov. — M.: Meditsina, 1990. — 384 s.
3. Gel'man, V.YA. Prepodavaniye matematicheskikh distsiplin v meditsinskom vuze / V.YA. Gel'man, L.A. Ushveridze, YU. P. Serdyukov // Obrazovaniye i nauka. — 2018. — T. 20, № 2. — S. 88-107. — DOI 10.17853/1994-5639-2018-2-88-107.
4. Veroyatnost' i matematicheskaya statistika: Entsiklopediya / Gl. red. YU.V.Prokhorov. — M.: Bol'shaya Rossiyskaya entsiklopediya, 1999. — 914 s.

## Благодарности:

доценту кафедры Физики и математики, уважаемой коллеге Зое Михайловне Смирновой за критику авторских идей, внесенные замечания. Также выражаем благодарность за продуктивные обсуждения содержания доценту Лариной Н.А.

# TRAINING MATHEMATICS IN MEDICAL UNIVERSITY AS AN INEVITABILITY

O.Yu. Nemchenko<sup>1</sup>, A.B. Syzdykova<sup>11</sup>

## Abstract

Mathematics plays a basic role in the higher education program, revealing the principle of universality of approaches to the formation of a specialist, including a practicing physician. In the current century, the volumes of medical and biological information, processed diagnostic data, and vital status monitoring are already enormous and will continue to increase. Mathematical approaches determine the relationship between the generality and specificity of cases in professional activities, evidence, which is regulated by the rules of mathematical statistics, and the basic principles for recording biomedical signals and their analysis. Determining the level of competence of a future specialist and understanding of the mathematical methods used falls on the compilers of educational programs in mathematical disciplines for non-medical specialties.

## Keywords

mathematics, teaching non-mathematicians, medical specialties, educational technologies, registration methods, mathematical methods, mathematical statistics, choice of method.

---

<sup>1</sup> Federal State Autonomous Institution of Higher Education "Russian National Research Medical University named after N.I. Pirogov" of the Ministry of Health of the Russian Federation, Moscow

For correspondence: Olga Yuryevna Nemchenko [olga.nemch@mail.ru](mailto:olga.nemch@mail.ru)